30e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne - 25 novembre 2015

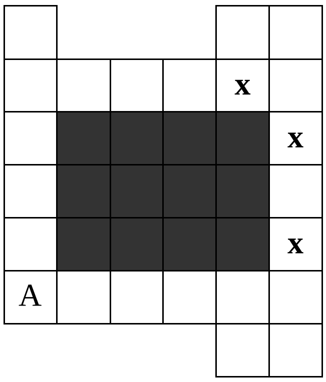
Solutions

1. Les cartons

Rangée du bas :

2	3	4	5	1

2. Le pou



3. Les billes

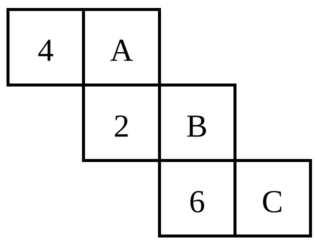
Lenny donne 30 billes à Leo (60 : 2) et 20 à Roger (60 : 3). Il lui en reste 10 (60 – 30 – 20). Comme Roger lui en redonne 3, il va en avoir **<u>13</u>** (10 + 3).

4. Les figures

Comme il y a plusieurs figures de chaque sorte, il y en a au moins deux de chaque sorte. 2 triangles + 2 carrés + 2 pentagones, cela donne 24 côtés (2 · 3 + 2 · 4 + 2 · 5). Il manque 7 côtés (31 – 24). Ces 7 côtés ne peuvent être obtenus que par un triangle et un carré.

Lenny a donc dessiné **<u>3 triangles, 3 carrés et 2 pentagones</u>**.

5. Le dé de Martina



1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21. La somme des points de deux faces opposées est égale à 7 (21 : 3). La construction du cube nous montre qu'A est opposé à 6, que B est opposé à 4 et que C est opposé à 2.

Alors, **<u>A = 1</u>**, **<u>B = 3</u>** et **<u>C = 5</u>**.

6. La montre

04.06	05.05	06.04	07.03	08.02	09.01	10.09	11.08
04.15	05.14	06.13	07.12	08.11	09.10	10.18	11.17
04.24	05.23	06.22	07.21	08.20		10.27	11.26
04.33	05.32	06.31	07.30			10.36	11.35
04.42	05.41	06.40				10.45	11.44
04.51	05.50					10.54	11.55

Nombre de « bip » : 6 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 6 + 6 = **<u>38</u>**.

7. Les tonnelets

Capacité totale des six tonnelets : 8 + 13 + 15 + 17 + 19 + 31 = 103 l.

Puisque Stéphanie a payé le même prix pour le jus de pomme et l'eau, cela signifie qu'elle a acheté deux fois plus d'eau que de jus de pomme. On en conclut que la quantité totale achetée est un multiple de 3.

Enlevons donc à 103 la capacité de chaque tonnelet :

103 – 8 = 95 103 – 13 = 90 103 – 15 = 88 103 – 17 = 86.

103 – 19 = 84 103 – 31 = 72.

Seuls 90, 84 et 72 sont des multiples de 3.

90 : 3 = 30. 84 : 3 = 28. 72 : 3 = 24.

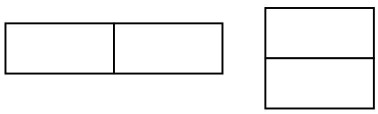
30 = 13 + 17 mais 60 (90 - 30) ne peut pas être obtenu par la somme de trois tonnelets. Ce cas n'est pas possible.

28 = 13 + 15 et 56 = 8 + 17 + 31. Le tonnelet laissé de côté contient 19 litres.

Stéphanie a acheté **<u>56 litres</u>** d'eau minérale.

24 n'est pas la somme de deux tonnelets. Donc, il n'y a pas d'autres possibilités.

8. Les tables



On pourrait résoudre ce problème par un système de deux équations à deux inconnues. Ici, on va le faire d'une façon un peu plus simple.

Des deux tables de gauche, on a :

4 grands côtés + 2 petits côtés = 4,20 m, d'où 2 grands côtés + 1 petit côté = 2,10 m. (1)

Des deux tables de droite, on a :

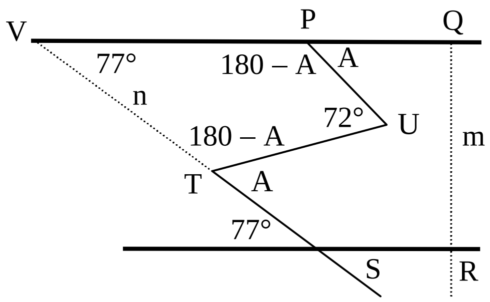
4 petits côtés + 2 grands côtés = 3,90 m. (2)

De (1) et (2), on tire que 3 petits côtés = 3,90 - 2,10 = 1,80 m. Alors, 1 petit côté = 0,60 m.

Selon (1), deux grands côtés = 1,5 m. Ce qui donne un grand côté = 0,75 m.

Les tables de Belinda mesurent **<u>60 cm</u>** par **<u>75 cm</u>**.

9. Le chemin



Il existe plusieurs manières de trouver A. Par exemple, on peur tracer la perpendiculaire reliant les deux routes (segment m) ou prolonger un bout de chemin (segment n).

La somme des angles intérieurs de l'hexagone PQRSTU vaut 720° (4 · 180). L'angle supplémentaire à 77° vaut 103° (180 – 77) et l'angle adjacent à 81° vaut °288 (360 – 72).

On a alors : 2A + 288 + 90 + 90 + 103 = 720 = 2A + 149 ⇒ A = **<u>74,5°</u>.**

En utilisant le quadrilatère TUVP, on a 2 · (180 – A) + 72 + 77 = 360 ⇒ A = **<u>74,5°</u>**.

10. Le 100 mètres

Marc, Heinz et Yves ont obtenu 40 points en tout (22 + 9 + 9) et il y a eu au minimum 2 épreuves (javelot et 100 m). Au minimum, 6 points (3 + 2 + 1) sont distribués en tout pour chaque épreuve. Alors, le nombre d'épreuves possibles est 2 ou 4 ou 5.

S'il n'y avait que 2 épreuves, le premier de chaque épreuve devrait recevoir plus de 11 points car Marc a totalisé 22 points mais cela n'est pas possible car Heinz a gagné le javelot et n'a qu'un total de 9 points.

Supposons qu'il y eut 4 épreuves. Il va falloir compléter le tableau suivant dans lequel nous avons les totaux par concurrent et par épreuve. Le total de la dernière colonne et de la dernière ligne doit donner 40. 10 points peuvent être obtenus de 4 manières différentes : 5 + 3 + 2 ou 5 + 4 + 1 ou 6 + 3 + 1 ou 7 + 2 + 1. Heinz ayant gagné une épreuve, il ne peut comptabiliser 9 points que dans le cas 6 + 1 + 1 + 1. Alors, il n'est pas possible qu'Yves ait eu un total de 9 points.

	Javelot	100 m	A	B	Total
Marc					22
Heinz	6	1	1	1	9
Yves					9
Total	10	10	10	10	40

Il devait alors forcément y avoir 5 épreuves. Construisons le tableau suivant :

	Javelot	100 m	A	B	C	Total
Marc	2	5	5	5	5	22
Heinz	5	1	1	1	1	9
Yves	1	2	2	2	2	9
Total	8	8	8	8	8	40

8 points peuvent être obtenus de 2 manières différentes : 4 + 3 + 1 ou 5 + 2 + 1. Heinz ne peut pas comptabiliser 9 points avec 4 points au javelot. En effet, il peut arriver à 8 points ($4 + 4 \cdot 1$) ou à 10 points ($4 + 3 + 3 \cdot 1$). Avec 5 points au javelot, il doit avoir 1 point dans les 4 autres disciplines pour totaliser 9 points. Pour obtenir 22 points, Marc doit gagner dans 4 disciplines et obtenir 2 points au javelot. Il ne reste plus qu'à donner les points à Yves.

Au 100 m, Marc a eu 5 points, Heinz 1 point et Yves 2 points.

11. Les animaux

Complétons le tableau ci-dessous. A la fin, on a le triplet (0,1,0). Les triplets (0,1,1) et (1,2,2) peuvent être trouvés relativement facilement, par essais successifs. Soit (a,b,c) un de ces triplets et (a_1,b_1,c_1) le triplet du jour précédent.
Alors, $b_1 - a_1 = b$, $c_1 - b = c$ et $a_1 - c = a$. On en tire que $a + b + c = b_1$, $c_1 = b + c$ et $a_1 = b_1 - b$. On peut ainsi compléter aisément le tableau.

Jours (à minuit)→	sa	ve	je	me	ma	lu
Loups	0	0	1	3	7	16
Moutons	1	1	2	5	12	28
Serpents	0	1	2	4	9	21

Le lundi précédent, à minuit, il y avait **65 animaux** (16 + 18 + 21).

12. Le roi

Soit A, les jumeaux. A doit être un multiple de 2.

Soit B, les triplés. B doit être un multiple de 3.

Soit C, les quadruplés. C doit être un multiple de 4.

Soit D, les enfants qui ne font pas partie des jumeaux, ni des triplés, ni des quadruplés.

On sait que :

B + C + D = 41, A + C + D = 41 et A + B + D = 41.

On en tire que B + C = A + C = A + B. Alors, A = B et C = B.

Donc, $A = B = C = M2 \cap M3 \cap M4 = 12$ ou 24 ou 36.

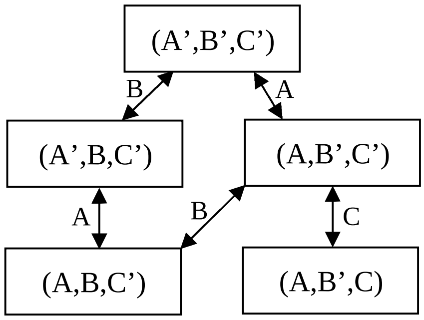
Si A = 12, alors $D = 41 - 2 \cdot 12 = 17$.

Si A = 24, alors $D = 41 - 2 \cdot 24 = -7$. Ce cas est impossible. Idem pour A = 36.

Donc, seul A = 12 est possible. Nombre d'enfants : $3 \cdot 12 + 17 =$ **53**.

13. Le jeu

Appelons A, B et C, l'état des interrupteurs au départ et A', B', C', l'état contraire de chacun des interrupteurs. Au départ, on a (A,B,C). En appuyant sur A, on obtient (A',B,C). Ensuite, on passe à (A',B',C) et (A',B',C'). Ce sont les quatre états déjà testés.



Les quatre états non testés sont (A,B,C'), (A,B',C), (A,B',C') et (A',B,C'). Il faut les tester tous pour que le jeu démarre, dans le pire des cas. Cela veut dire qu'il faut au minimum appuyer sur 4 interrupteurs.

Dans le schéma ci-contre, on a l'état atteint par Patty (A', B', C') et les quatre états non encore testés. On trouve également les diverses possibilités de passer d'un état à l'autre. On constate qu'il n'y a qu'un chemin qui conduit à tous les états non testés en appuyant seulement sur 4 interrupteurs.

De (A'B'C'), on passe à (A',B,C') en appuyant sur B, puis on va à (A,B,C') en appuyant sur A, etc.

La suite cherchée est **B, A, B, C**.

14. Le panneau

Occupons-nous du triangle. Appelons x, le côté du triangle. L'aire du carré est donc x^2. Soit h, la hauteur du triangle (en trait interrompu). Relions le point A aux sommets du triangle et notons les mesures en dm.

Aire du triangle : $\frac{x \cdot 3}{2} + \frac{x \cdot 4}{2} + \frac{x \cdot 5}{2} = \frac{x \cdot h}{2}$ (1).

Par Pythagore, on a : $h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2$ (2).

De l'équation 1, on obtient 12 = h.

De l'équation 2, on obtient $x^2 = \frac{4h^2}{3} \Rightarrow x^2 = 192$.

L'aire du carré est x^2. Alors, l'aire est égale à **192 dm²**.