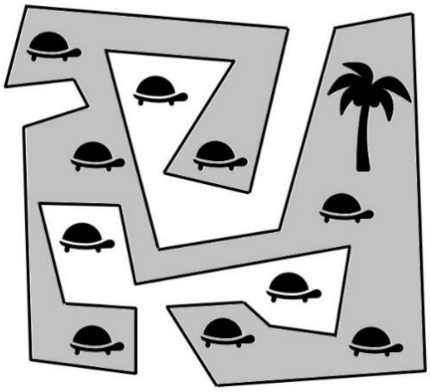
**39e championnat de jeux mathématiques et logiques**

Qualification régionale valaisanne – 20 novembre 2024

**Solutions détaillées**

**1. La tour**
Raiponce est au 9e étage.
Elle descend de 5 étages : 9 – 5.
Elle atteindra donc **l'étage numéro 4**.



**2. L'île**
Reprenons le dessin de cette île en coloriant en gris le sol de l'île.
Nous constatons qu'il y a **7 tortues** sur l'île.

**3. Le code**
Lorsque le mot est codé, il y a un A qui se cache derrière le B, il y a un B qui se cache derrière le C, etc. Résumons cela sur un tableau :

| Code | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Réalité | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |

| Code | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Réalité | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y |

Avec les colonnes grisées, on comprend que derrière le C se cache le B, derrière le S se cache le R, etc. Le code cherché est **BRAVO**.

**4. Le marché**
Nous savons que dans 2 jours (après-demain), nous serons le 11 décembre. Cela nous permet de comprendre qu'aujourd'hui, nous sommes le 9 décembre.

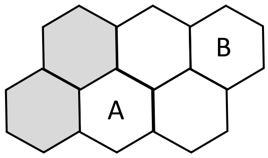
Nous savons que dans une semaine, nous irons au Marché de Noël, c'est-à-dire dans exactement 7 jours. Nous irons au Marché de Noël le **16 décembre**.

**5. Les bonbons**
Commençons avec un premier essai :
Si Nala a 10 bonbons, Simba en aura 13 (10 + 3) et ensemble, ils en auront 23 (10+13).
Ils en auraient trop. Il faut en enlever à Nala et à Simba.

Nous comprenons après quelques essais que Nala a 9 bonbons et Simba a **12 bonbons**.
Il en a bien 3 de plus et ensemble, ils en ont bien 21.

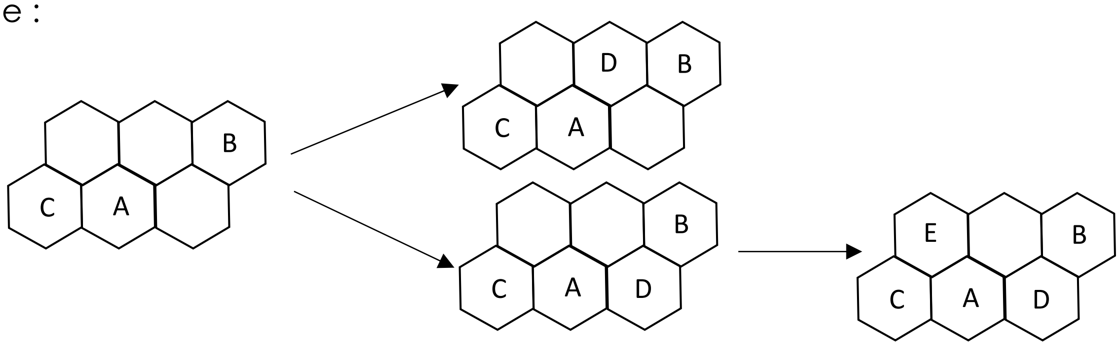
**6. Les abeilles**

Commençons par placer l'abeille B qui ne veut plus avoir A et C comme voisine.



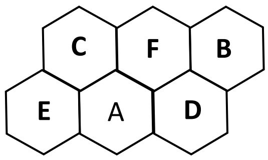

Nous pouvons continuer en plaçant l'abeille C mais il existe 2 possibilités si C ne veut plus être voisine avec B (les 2 alvéoles en gris).

Testons un premier cas et continuons à placer les abeilles en suivant notre logique initiale :




En plaçant C dans cette alvéole, il est impossible de placer les 3 autres abeilles avec des nouvelles voisines.

Par contre, si nous plaçons C dans l'autre alvéole, nous obtenons une solution :




**7. L'anniversaire**

Cherchons quel âge peut fêter Hercule en observant les bougies sur le gâteau au chocolat :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rouge | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| Verte | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Âge | 70 | 61 | 52 | 43 | **34** | 25 | 16 | 7 |

Si nous faisons de même avec les bougies sur le gâteau aux fraises :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bleue | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| Verte | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Âge | 54 | 49 | 44 | 39 | **34** | 29 | 24 | 19 | 14 | 9 |

Nous constatons qu'un seul âge est représenté sur les 2 gâteaux. Il s'agit naturellement de l'âge que fête Hercule : **34 ans**.

**8. La devinette**
Cherchons à comprendre quel peut être le mois de naissance de Jasmine. Si elle n'utilise que le 0, le 1, le 2 ou le 3, une seule fois. Elle peut être née en : janvier (01), février (02), mars (03), octobre (10) ou décembre (12).
Elle ne peut pas être née en novembre qui utiliserait deux fois le chiffre 1, ni un autre mois de l'année qui utiliserait un 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.

Si elle est née en janvier (01), il lui reste le 2 et le 3 à disposition. Ils permettent de former la date suivante : 23.01 mais pas le 32.01 qui n'existe pas.

Ce raisonnement permet de trouver toutes les dates possibles :
23.01, 13. 02, 12.03, 21.03, 23.10, 03.12 et 30.12.

Il existe donc **7 dates possibles**.

**9. Les caméléons**
L'idée poursuivie sera de faire un maximum de rencontre entre des caméléons rouges et verts. Cela fera apparaître des jaunes qui sont en infériorité numérique.

Le problème qui demeure est que nous n'avons pas le même nombre de caméléons rouges et verts. Cela ne changera pas tant qu'ils se rencontreront (un rouge et un vert disparaîtront à chaque fois, l'écart sera toujours le même).

Nous devons commencer par diminuer le nombre de caméléons verts en organisant des rencontres avec les jaunes :

| Rencontre Vert – Jaune | | | |
|---|---|---|---|
| Rencontre n° | 1 | 2 | 3 |
| Vert | 50 (51 – 1) | 49 | 48 |
| Jaune | 5 (6 – 1) | 4 | 3 |
| Rouge | 44 (42 + 2) | 46 | 48 |

Reprenons notre idée initiale de rencontres entre les verts et les rouges pour faire apparaître des jaunes :

| Rencontre Vert – Rouge | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rencontre n° | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Vert | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 |
| Jaune | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 | 33 |
| Rouge | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 |

Nous avons réussi à faire disparaître un caméléon vert lors de chaque rencontre (ils étaient les plus nombreux). Il est impossible d'être plus efficace.
Il faut, au minimum, **18 rencontres**.

**10. Le porte-monnaie**

Analysons la première information. Vaiana possède 26 pièces et si elle en sort 20, elle est certaine d'avoir au moins une pièce de 5 francs.
Donc, dans le pire, des cas, c'est seulement la 20^e^ pièce sortie qui est une pièce de 5 francs.
Cela signifie qu'il y a 19 pièces qui ne sont pas des pièces de 5 francs dans son porte-monnaie et donc 7 pièces qui sont des pièces de 5 francs.

Elle sortira, au moins, 2 pièces de 2 francs. Le même raisonnement permet de comprendre qu'il y a 18 pièces qui ne sont pas de 2 francs et donc 8 qui sont de 2 francs dans son porte-monnaie.

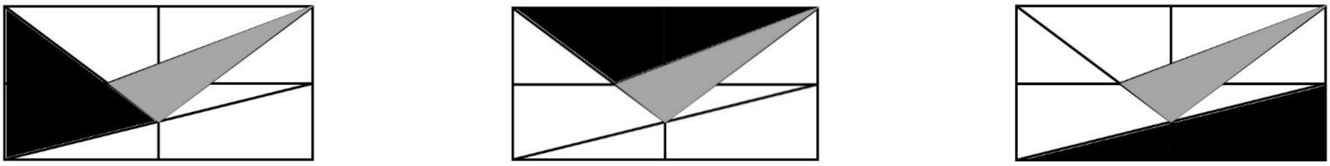
De même, il y a 15 pièces qui ne sont pas de 1 franc et 11 qui sont de 1 franc.

Il y a, dans son porte-monnaie, 7 pièces de 5 francs, 8 pièces de 2 francs et 11 pièces de 1 franc. Tout est cohérent.

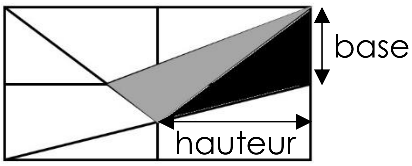
Elle possède : 7 · 5 francs + 8 · 2 francs + 11 · 1 franc = **62 francs**.

**11. Le logo**

Il existe plusieurs cheminements pour obtenir la solution.
En voici un :



Ces trois triangles en noir représentent un quart du rectangle total (moitié de la moitié de gauche pour le premier et moitié de la moitié supérieure ou inférieure pour les 2 suivants).




Pour ce dernier triangle en noir, sa base vaut la moitié de la largeur a du rectangle et sa hauteur vaut la moitié de la longueur b du rectangle.
Nous en déduisons que son aire vaut un huitième de celle du rectangle.
En effet : $\frac{\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}}{2} = \frac{ab}{8}$

Si nous prenons l'aire du rectangle et que nous enlevons l'aire de ces 4 triangles noirs, nous obtenons celle du triangle gris. Elle correspond à un huitième du rectangle gris.
En effet : $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$.

Nous pouvons conclure que l'aire cherchée est de 112 $cm^2$ : 8 = **14 $cm^2$**.

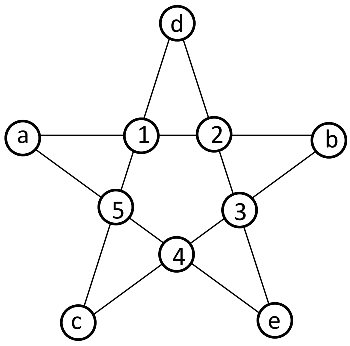
**12. La cabane**
Le code de Mulan que nous nommerons b ne possède que trois diviseurs :
$D_b$ = {1 ; a ; b}
Nous en déduisons que $a^2 = b$ et que a ne possède pas d'autres diviseurs que 1 et lui-même sinon ils apparaîtraient dans la liste des diviseurs de b.
Autrement dit, b est le carré d'un nombre premier.

Ce carré se situe entre 6'000 et 7'000. Donc la valeur de a est proche de 80.
Après quelques essais, nous obtenons ceci :

| a | 73 | 79 | 83 | 89 |
|---|---|---|---|---|
| b | 5'329 | 6'241 | 6'889 | 7'921 |

5'329 et 7'921 ne commencent pas par 6 et 6'889 ne possède pas 4 chiffres différents.
Il ne reste qu'une seule solution : **6'241**.

**13. L'étoile**
Reprenons notre étoile :




Nous comprenons que 2ab = 12bc = 5cd = 6de = 20ea.

$$\begin{cases} 2ab = 12bc \\ 2ab = 20ea \\ 12bc = 5cd \\ 5cd = 6de \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6c \\ b = 10e \\ d = 2{,}4b \\ c = 1{,}2e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \cdot 1{,}2e \\ b = 10e \\ d = 2{,}4 \cdot 10e = 24e \\ c = 1{,}2e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7{,}2e \\ b = 10e \\ c = 1{,}2e \\ d = 24e \end{cases}$$

e doit être plus grand que 5 et e doit être un multiple de 5 pour éviter l'apparition de nombres qui ne seraient pas des entiers.
Si nous voulons les plus petits nombres possibles pour compléter cette étoile, e doit valoir 10.
Nous pouvons déterminer toutes les valeurs et constater que le plus grand nombre obtenu sera d = 24 · 10 = **240**.

**14. Le livre**
Ariel additionne tous les numéros de pages. Nous pouvons nous convaincre facilement que lorsqu'elle aura lu la n$^e$ page, la somme obtenue sera de :

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Si nous avions 19'575 = $S_n$, nous pourrions démarrer ainsi :
2 · 19'575 = 39'150 = n(n + 1). La valeur de n devrait être proche de 200.

Malheureusement, cette énigme est plus complexe car 2 pages consécutives sont restées collées.

Analysons tout de même ce qu'il se passe avec un livre à 200 pages.
Nous aurions $S_{200}$ = 20'100. Notre somme est de 20'100 – 19'575 = 525 unités trop élevée. Nous en déduisons que les pages 262 et 263 sont restées collées. Ça n'a aucun sens, elles ne se trouvent pas dans ce livre. Il a forcément moins de 200 pages car sinon nous devons retrancher un nombre trop grand à la somme obtenue.

Si le livre a 199 pages, $S_{199}$ = 19'900, ce sont les pages 162 et 163 qui sont restées collées. C'est crédible.

Testons tout de même d'autres cas :
Si le livre a 198 pages, $S_{198}$ = 19'701, ce sont les pages 62,5 et 63,5 qui sont restées collées. Ça n'a pas de sens. Les pages sont numérotées avec des nombres entiers.

Si le livre a 197 pages, $S_{197}$ = 19'503, la somme est inférieure à 19'575, ce n'est pas possible.

Il existe une seule et unique solution. La première des 2 pages collées est la **page 162**.