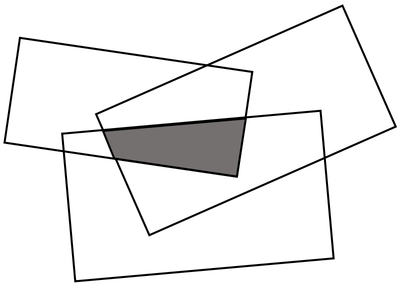
34e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne - 27 novembre 2019

Solutions

1. Les rectangles



2. Le jeu

Fernande se trouve sur la **<u>case 6</u>** (la somme des nombres des deux cases situées derrière elle = 15 = somme des nombres des cinq cases situées devant elle)

3. Les vacances

Claudine a pêché 3 poissons les deux premiers jours. Les autres jours, elle a pêché 27 poissons (30 − 3). Ces autres jours constituent 9 jours (27 : 3).

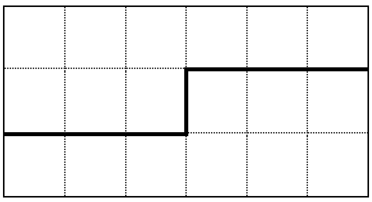
Durée totale des vacances de Claudine : **<u>11 jours</u>** (2 + 9).

4. L'escalier

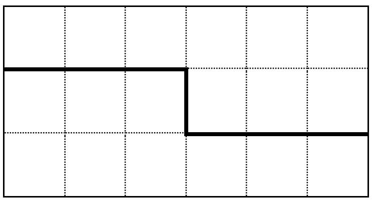
Pour arriver à la 10ème marche, Roseline a fait 5 sauts (10 : 2). En cinq sauts, Jean-Claude est descendu de 15 marches (5 · 3).

Nombre de marches = 10 + 15 = **<u>25 marches</u>**.

5. Le carton



ou



6. La tombola

Clairette a forcément tiré un 1 et un 3 car elle a une somme égale à 4. Une somme de 8 ne peut être obtenue que par 1 + 7 ou 2 + 6 ou 3 + 5. Comme le 1 et 3 sont déjà pris par Clairette, alors Liliane a forcément tiré un 2 et un 6.

Numéros restants : 4, 5, 7, 8, 9 et 10.

Somme de 14 = 4 + 10 ou 5 + 9. Somme de 16 = 7 + 9. Carmine a forcément pris le 7 et le 9. Il ne reste plus que le 4 et le 10 pour Michel.

Les numéros non tirés sont donc **<u>5 et 8</u>**.

7. La rue du Moulin

Dans le tableau suivant, à la première ligne, on note les numéros impairs de 1 à 85. On inscrit le numéro 123 dans la 1ère ligne, sous le 85. A droite du 123, on note 121, 119, 117…, jusqu'au numéro 1. On complète la première ligne avec 87, 89, 91, etc. On constate que la somme de 85 et 123 est égale à 208. On obtient aussi 208, en additionnant 87 et 121, puis 89 et 117, etc. Ceci nous permet de savoir que le dernier numéro de la rue du Moulin est 207 (208 − 1).

Il nous faut maintenant compter le nombre de maisons de la rue, du numéro 1 au numéro 207. Si la dernière maison portait le numéro 5, il y aurait 3 maisons (5 divisé par 2 + 0,5). Si la dernière maison portait le numéro 7, il y aurait 4 maisons (7 divisé par 2 + 0,5). Comme 207 divisé par 2 + 0,5 = 104, on peut affirmer qu'il y a **<u>104 maisons</u>** qui portent un numéro impair dans cette rue.

Numéros de la rue du Moulin	1	3	5	…	85	87	89	91	...	207
Numéros partant de l'autre extrémité					123	121	119	117	…	1
Somme des numéros					208	208	208	208		208

8. Les enfants de René

Dans le tableau ci-dessous, on a mis les âges des trois enfants avec, entre parenthèses, la somme des âges. Le seul cas correspondant à la donnée est qu'actuellement les jumeaux ont 12 ans et que le plus jeune a 5 ans. Alors, le produit des âges est **<u>720</u>** ($12 \cdot 12 \cdot 5$).

Ages Aujourd'hui	14, 14, 1 (29)	13, 13, 3 (29)	12, 12, 5 (29)	11, 11, 7 (29)	10, 10, 9 (29)
Ages il y a 6 ans	8, 8, 0 (16)	7, 7, 0 (14)	6, 6, 0 (12)	5, 5, 1 (11)	4, 4, 3 (11)

9. La moitié ou le tiers

Cherchons le nombre de participants la 4ème année. Un nombre pair auquel on ajoute sa moitié doit donner 60. Par tâtonnement, on trouve facilement que c'est 40. Un nombre impair auquel on ajoute son tiers doit donner 60. Par tâtonnement, on trouve facilement que c'est 45. La 4ème année, il y avait donc 40 ou 45 participants.

Cherchons le nombre de participants la 3ème année. Aucun nombre, dans les conditions de la donnée, ne conduit à 40. Seul le nombre 30 peut conduire à 45. En effet, 30 plus sa moitié donne 45. La 3ème année, il y avait 30 participants.

Seul 20 peut conduire à 30 (20 + 20 : 2 = 30). La 2ème année, il y avait 20 participants.

Seul 15 peut conduire à 20 (15 + 15 : 3 = 20).

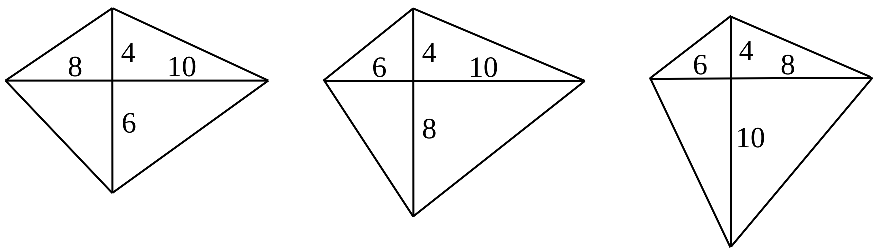
Il y avait donc **<u>15 participants</u>** la première année.

10. Le quadrilatère

S'il n'y avait que deux bouts de cordes, l'aire maximale appartiendrait à un triangle rectangle.

Avec quatre bouts de corde, l'aire est maximale lorsqu'ils sont fixés perpendiculairement deux à deux.

Il n'existe que trois dispositions possibles différentes :



Aire de la figure de gauche = $\frac{18 \cdot 10}{2}$ = 90 m^2.

Aire de la figure du milieu = $\frac{16 \cdot 12}{2}$ = 96 m^2.

Aire de figure de droite = $\frac{14 \cdot 14}{2}$ = 98 m^2. La plus grande aire est **<u>98 m^2</u>**.

11. Les barres de chocolat

Remarquons d'abord que chacun devra avoir une dépense de 7,20 fr.

Nombre total de barres de chocolat = 9 + 8 + 7 + 6 = 30.

Nombre de barres mangées par chacun = 30 : 5 = 6. Prix d'une barre = 7,20 : 6 = 1,20 fr.

Montant donné à Albert = 9 · 1,2 – 7,20 = **3,60 fr.**

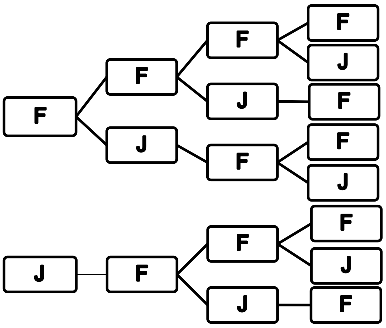
Montant donné à Benoît = 8 · 1,2 – 7,20 = 2,40 fr.

Montant donné à Clément = 7 · 1,2 – 7,20 = **1,20 fr.**

Montant donné à Denis = 6 · 1,2 – 7,20 = 0 fr.

12. Le concours

Dans le diagramme suivant, mettons F pour réponse fausse et J pour réponse juste. Tout F peut être suivi de F et J. Tout J est suivi forcément de F.



Une seule question aurait engendré 2 réponses possibles différentes (F ou J).

Deux seules questions auraient engendré 3 réponses possibles différentes (voir diagramme).

Trois seules questions auraient engendré 5 réponses possibles différentes.

Quatre seules questions auraient engendré 8 réponses possibles différentes.

La suite du diagramme est aisée à construire et le nombre de réponses possibles différentes est une suite de Fibonacci où, à partir de la 3ème question, chaque nombre est la somme des deux nombres qui le précèdent. On peut alors construire le tableau suivant :

Nombres de questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombres possibles de réponses différentes	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

A partir de **145 participants**, il y a au moins deux personnes qui ont répondu de manière identique.

13. Les nombres de Jules

Soit N : les nombres de Jules

Soit S : la somme des nombres de Jules

Soit P : le produit des nombres de Jules

Simon et Paul préparent chacun pour soi le tableau suivant. On y trouve tous les cas possibles. Pour des raisons de commodité, les deux entiers naturels sont écrits sous forme de nombres. Exemple : le couple 2 – 3 est écrit 23. C'est bien sûr équivalent au couple 3 – 2 (32).

N	22	23	24	25	26	27	28	29	33	34	35	36	37	38	39	44	45	46	47	48
S	4	5	6	7	8	9	10	11	6	7	8	9	10	11	12	8	9	10	11	12
P	4	6	8	10	12	14	16	18	9	12	15	18	21	24	27	16	20	24	28	32

N	49	55	56	57	58	59	66	67	68	69	77	78	79	88	89	99
S	13	10	11	12	13	14	12	13	14	15	14	15	16	16	17	18
P	36	25	30	35	40	45	36	42	48	54	49	56	63	64	72	81

La 1ère affirmation de Paul indique à Simon que Paul n'a pas les produits uniques 4, 6, 8, 10, 14, 9, 15 etc. qui lui permettraient tout de suite de connaître les nombres de Jules. Ce sont tous ceux qui sont dans les cases ombrées. Pour tous les autres cas, Simon ne peut pas savoir car ils renvoient à plusieurs solutions possibles.

Dans le tableau suivant, on n'a plus que les cas possibles. La première affirmation de Simon indique à Paul que Simon a une somme qui ne se retrouve qu'une seule fois. Simon a donc 7 ou 9 ou 13 ou 12.

N	26	28	29	34	36	38	44	46	49	66
S	8	10	11	7	9	11	8	10	13	12
P	12	16	18	12	18	24	16	24	36	36

Il ne reste plus que les cas suivants :

N	34	36	49	66
S	7	9	13	12
P	12	18	36	36

La 2ème affirmation de Paul indique à Simon que le produit de Paul est 36. Paul hésite ente les couples 4-9 et 6-6. La dernière affirmation de Simon permet à Paul de savoir que les nombres de Jules sont **4 et 9**.

14. Le ballon

Chaque hexagone est entouré de 3 pentagones et de 3 hexagones. Alors, 20 hexagones sont entourés de 60 pentagones et de 60 hexagones (si on les compte plusieurs fois).

Chaque pentagone est entouré de 5 hexagones. Alors, il faut 12 pentagones pour entourer 60 hexagones (si on les compte plusieurs fois). Notre ballon compte donc 12 pentagones.

Il y a 120 coutures autour des 20 hexagones (20 · 6) et il y a 60 coutures autour des 12 pentagones (12 · 5). Comme chaque couture est comptée deux fois, il y a alors 90 coutures en tout.

Ces 90 coutures représentent **378 cm** (90 · 4,2).