

26e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 16 novembre 2011

Solutions

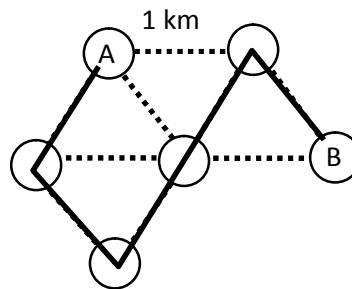
1. Les cases

1	2	3
2	3	1
3	1	2

2. Les crayons

Micheline doit donner **6 crayons**. Micheline et Simonetta en posséderont toutes les deux 13.

3. Les patins à roulettes



4. La course

En passant devant la 2^{ème}, Rachida est 2^{ème} (elle était 3^{ème} jusque là). En se faisant passer par 2 concurrentes, elle finit **4^{ème}**.

5. Le plus grand nombre

Six cent douze mille deux: **612'002**.

6. Les vers de terre

	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Nombre de mulots restants à midi	$21 - 3 = 18$	$18 - 3 = 15$	$15 - 3 = 12$	$12 - 3 = 9$
Nombre de vers mangés	$18 \cdot 11 = 198$	$15 \cdot 11 = 165$	$12 \cdot 11 = 132$	$9 \cdot 11 = 99$
Nombre de vers restants	$2011 - 198 = 1813$	$1813 - 165 = 1648$	$1648 - 132 = 1516$	$1516 - 99 = 1417$

Il restera **1417** vers de terre.

7. Les tiges

Il suffit de commuter les disques portant les numéros 1 et 2 par les disques portant les numéros 5 et 6 pour obtenir une somme égale dans les tiges A et B. En effet, $5 + 6 + 3 + 4 = 18 = 1 + 2 + 7 + 8$.

1. Passer le 1 sur le 5
2. Passer le 6 dans la tige C
3. Passer le 5 sur le 6
4. Passer le 1 sur le 5
5. Passer le 2 dans la tige B
6. Passer le 1 sur le 2
7. Passer le 5 sur le 1
8. Passer le 6 dans la tige A
9. Passer le 5 sur le 6

Il faut **9 coups** au minimum.

8. La course

Comme Eveline dit la vérité, on sait que Claude est après Francis. Trois cas sont possibles, quant aux positions respectives de ces 3 concurrents. V signifie « dit la vérité » et M « ment ».

- a) Eveline (V) avant Francis (M) qui est avant Claude (M)
- b) Francis (V) avant Eveline (V) qui est avant Claude (M)
- c) Francis (V) avant Claude (V) qui est avant Eveline (V)

Le cas a est impossible car l'affirmation de Claude serait vraie alors qu'il ment. Le cas c est aussi impossible car l'affirmation de Claude serait fausse alors qu'il dit la vérité. C'est donc l'affirmation b qui est correcte. Ainsi, Francis est 3ème. Nous avons 3 possibilités de classement pour Francis, Eveline et Claude (cas A, B et C dans le tableau suivant).

	1	2	3	4	5	6
A			Francis	Eveline	Claude	
B			Francis	Eveline		Claude
C			Francis		Eveline	Claude
D			Francis	Eveline	Claude	Alain
E (solution)	Bernard	Doris	Francis	Eveline	Claude	Alain

Alain est un menteur car s'il était 5ème (ligne B), il n'y aurait plus de place pour Doris, selon lui classée après Eveline. Comme Alain n'est pas 5ème et qu'il est menteur (donc arrivé après Eveline), il ne peut être que 6ème. Nous avons alors le classement des 4 derniers (ligne D).

On sait maintenant que Bernard et Doris ont dit la vérité. On peut conclure, d'après Doris, que Bernard est premier et que Doris est 2ème.

Remarquons qu'il aurait été possible de trouver la solution sans la déclaration de Bernard.

9. Le cadre

w, x, y et z ne peuvent prendre que les valeurs 1 ou 2 ou 3 ou 4 car il n'y a pas d'autres chiffres dans le cadre. Il est facile de vérifier qu'aucune lettre ne représente 4. Par exemple, si $x = 4$, les 3 autres lettres doivent valoir 2 et les énoncés ne sont plus vrais. On voit facilement que w n'est pas égal à 1 et que z vaut forcément 1. D'autre part, dans le cadre, il n'y aura que 8 chiffres. Par conséquent, $w + x + y + z = 8$ ou $w + x + y = 7$ car $z = 1$.

En résumé, $w = 2$ ou 3 ; $x = 1$ ou 2 ou 3 ; $y = 1$ ou 2 ou 3 et $w + x + y = 7$.

Il nous faut vérifier les cas suivants :

w	2	2	3	3	3
x	2	3	1	2	3
y	3	2	3	2	1

Deux solutions concordent: $w = 2$, $x = 3$, $y = 2$ et $z = 1$ ou $w = 3$, $x = 1$, $y = 3$ et $z = 1$.

10. La famille Septime

Comme il y a 7 enfants en 6 ans, c'est qu'il y a des jumeaux. Deux gâteaux en plus cette année qu'il y a 2 ans, cela signifie que le plus jeune n'était pas né, que l'avant-dernier était en train de naître et que les jumeaux étaient déjà nés (sinon il y aurait 3 gâteaux en plus).

Si les jumeaux ont maintenant 3 ans, la somme des âges aujourd'hui donne 24 ($1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 6$) et la somme des âges il y a 2 ans est égal à 11 ($1 + 1 + 2 + 3 + 4$). En tâtonnant un peu, on

trouve que les jumeaux ont cette année 5 ans ($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 = 26$ bougies) et qu'il y avait 13 bougies il y a 2 ans ($1 + 2 + 3 + 3 + 4$). Madame Septime doit allumer **26 bougies**.

11. Le nombre

On cherche un nombre tel que $ABCDE \cdot 4 = edcba$. $A = a$, $B = b$, etc. Les majuscules et minuscules sont seulement là pour différencier les chiffres du nombre cherché et ceux du produit.

A ne peut valoir que 1 ou 2 car sinon le produit serait un nombre à 6 chiffres. D'autre part, $E \cdot 4 = a$ = un nombre pair. Donc $A = 2$, $E = 3$ ou 8 et $e = 8$ ou 9. Alors, $E = 8$. On a maintenant :

$$\begin{array}{r} 2\ B\ C\ D\ 8 \\ \cdot 4 \\ \hline \end{array}$$

• 4

$$\begin{array}{r} 8\ d\ c\ b\ 2 \\ \cdot 4 \\ \hline \end{array}$$

$B = 1$ ou 2 car d ne peut pas avoir de retenues. Comme 2 est déjà utilisé, $B = 1$. Dans ce cas, D ne peut valoir que 7 ($4 \cdot 7 + 3$ de retenues = 31). Alors $C = 9$. Le nombre cherché représente **21978**.

12. La mise

Dans le tableau suivant, on a noté dans la colonne de gauche les sommes restantes après les différentes parties. Ainsi, tous possèdent 32 fr. après la 5^e partie. On va « remonter » les parties, en supposant, au hasard, que les perdants ont été successivement A, C, E, B et D.

Après la 4^e partie, A qui a perdu doit donner 16 fr. aux autres joueurs. $96 - 4 \cdot 16 = 32$, donc $96 = 32 + 4 \cdot 16$.

	A	B	C	D	E
5 ^e partie	32	32	32	32	32
4 ^e partie	96 (32 + 4 · 16)	16	16	16	16
3 ^e partie	48	8	88 (16 + 48 + 3 · 8)	8	8
2 ^e partie	24	4	44	4	84 (8 + 24 + 44 + 2 · 4)
1 ^{ère} partie	12	82 (4 + 12 + 22 + 2 + 42)	22	2	42
Départ	6	41	11	81 (2 + 6 + 41 + 11 + 21)	21

Dans ce jeu, la seule chose qui n'est pas conforme à la donnée, c'est qu'A mise plus que B, qui mise plus que C, etc. Pour que ce soit conforme, il suffit d'avoir au départ $A = 81$ francs, $B = 41$ francs, $C = 21$ francs, etc. La mise initiale de A valait donc **81 francs**.

13. La propriété

Soit x = un côté de la propriété.

Périmètre = $28x$, Aire = $25x^2$ (la propriété peut être découpée en 25 carrés de côté x).

On a $28x = 25x^2 \Rightarrow 28 = 25x \Rightarrow x = 28/25 = 1,12$ km.

Périmètre: $1120 \cdot 28 =$ **31360 mètres**.

14. La cible

Avec les cibles 14 et 21, on peut atteindre 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... soit tous les multiples de 7, à partir de 14.

Multiples de 30 : 30, 60, 90, 120, 150, 180...

30 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... = 44, 51, 58, 65, 72, 79..., soit tous les multiples de $7 + 2$, à partir de 44.

60 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... = 74, 81, 88, 95, 102, 109, 116..., soit tous les multiples de $7 + 4$, à partir de 74.

90 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... = 104, 111, 118, 125, 132, 139..., soit tous les multiples de $7 + 6$, à partir de 104.

En continuant le même raisonnement, on voit que 120 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70...

permet d'atteindre tous les multiples de $7 + 1$, à partir de 134, que 150 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... permet d'atteindre tous les multiples de $7 + 3$, à partir de 164, que 180 associé à 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70... permet d'atteindre tous les multiples de $7 + 5$, à partir de 194.

A partir de 188, tous les nombres peuvent être atteints car 188 est un multiple de $7 + 6$, 189 est un multiple de 7, 190 est un multiple de $7 + 1$, etc.

Le plus grand total impossible à atteindre est **187**.