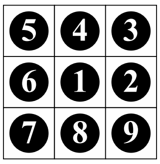
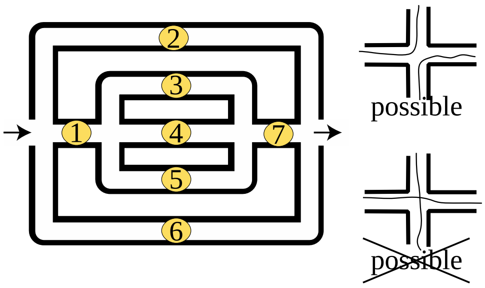
DEBUT TOUTES CATEGORIES

1. Les neuf jetons (coefficient 1)



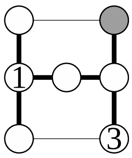
Neuf jetons numérotés de 1 à 9 sont placés sur une grille carrée comme le montre la figure.
Mathias enlève trois jetons de telle sorte qu'il ne reste plus que deux jetons dans chaque ligne et deux jetons dans chaque colonne de la grille.
Il additionne les numéros des trois jetons qu'il a ôtés.
Quel sera son résultat, au maximum ?

2. Le fil d'Ariane (coefficient 2)



Ariane est entrée dans ce labyrinthe par la gauche et elle en est sortie par la droite, après avoir ramassé les sept pièces d'or numérotées de 1 à 7 dans un ordre que vous devrez trouver. Elle a déroulé derrière elle un fil qui ne s'est jamais croisé lui-même et elle n'est jamais passée deux fois dans un même couloir (mais elle a pu passer deux fois par un même carrefour).
Quels sont les numéros de la quatrième et de la sixième pièce qu'elle a ramassées?

3. De 1 à 7 (coefficient 3)



Placez les nombres 2, 4, 5, 6 et 7 dans les disques vides (1 et 3 sont déjà placés) de telle sorte que :
- la somme de trois nombres alignés (traits épais) soit toujours égale à 12 ;
- la somme des cinq nombres placés autour de chaque petit rectangle soit égale à 20.

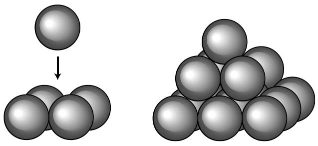
Quel est le nombre qui doit être écrit dans le disque gris ?

4. Le nombre de Mathilde (coef. 4)

Mathilde a trouvé un nombre entier positif à deux chiffres tel que si on multiplie ses chiffres entre eux, on trouve exactement le double du résultat obtenu en les additionnant.
Le nombre de Mathilde est le plus petit nombre entier positif à deux chiffres ayant cette propriété.
Quel est ce nombre ?

5. Les boules de pétanque (coef. 5)

Mathias dispose quatre boules de pétanque identiques en carré, chaque boule touchant ses deux voisines, puis il pose une cinquième boule sur les quatre premières. On a alors au total huit points de contact entre ces cinq boules.

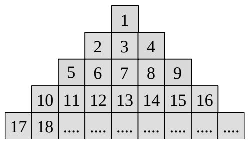


Mathias construit ensuite une pyramide selon le même principe, mais avec quatorze boules : neuf boules au premier étage, quatre au second et une boule au troisième, chaque boule touchant toutes ses voisines.
Combien cette pyramide, représentée à droite, comporte-t-elle de points de contact au total ?

FIN CATEGORIE CE

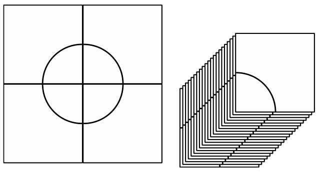
6. La pyramide de Mathilde (coef. 6)

Mathilde a construit une pyramide de nombres. Les nombres entiers à partir de 1 se succèdent comme le montre le dessin qui représente les cinq étages du haut. La pyramide de Mathilde compte 22 étages.



Combien de nombres impairs compte l'étage du bas ?

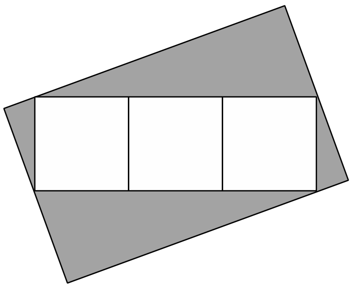
7. Les cartes de Mathias (coefficient 7)



Mathias possède un grand nombre de cartes carrées identiques portant chacun un quart de cercle qui joint les milieux de deux côtés du carré. En utilisant quatre cartes et en les disposant convenablement, il peut former un cercle comme celui représenté sur la figure, mais il peut aussi former d'autres courbes plus longues en utilisant davantage de cartes.

S'il utilise plus de quatre cartes, sans les plier, ni les faire se chevaucher, combien de cartes, au minimum, lui seront nécessaires, pour former une courbe fermée ?

8. Trois carrés sur un rectangle (coefficient 8)



Mathias a collé trois carrés blancs sur un rectangle gris. Les trois carrés sont parfaitement alignés, sans se chevaucher. Quatre des sommets des trois carrés sont situés sur le bord du rectangle gris, dont deux sur les milieux des petits côtés du rectangle.

Si chaque carré blanc a une superficie de 22 cm², quelle était celle du grand rectangle gris ?

On donnera la réponse en cm².

FIN CATEGORIE CM

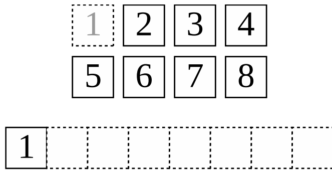
Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez écrire le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'y en a qu'une, ou deux solutions s'il y en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement est prévu pour écrire deux solutions mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une.

9. Piquets et enclos (coefficient 9)

Sylvie possède un terrain circulaire dont le rayon mesure 20 m. Elle décide de former des enclos triangulaires de 10 m de côté pour ses chevaux. Elle pose des piquets à chaque sommet des triangles, dont un qui se trouve au centre du terrain.

Combien de piquets peut-elle planter, au maximum ?

10. Les 8 cartes (coefficient 10)



Mathilde possède huit cartes portant les nombres de 1 à 8. Elle place la carte numérotée 1 en premier, puis veut placer les sept autres en ligne à côté de telle sorte que la somme de deux nombres écrits sur des cartes placées côte à côte ne soit jamais divisible par 2 ni par 3.

Quel sera le nombre à huit chiffres qui sera lisible sur les cartes placées par Mathilde.

11. La somme de l'année (coef. 11)

Mathilde aimerait écrire 2022 comme la somme des nombres de 1 à 100, chacun étant précédé d'un signe + ou d'un signe −, en utilisant le plus petit nombre possible de signes − :

$2022 = \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm \dots \pm 99 \pm 100$. En lisant l'égalité de gauche à droite, le premier signe − apparaît le plus tard possible.

Quel sera le premier nombre précédé d'un signe - ?

La réponse doit être donnée comme un nombre positif sans signe -.

FIN CATEGORIE C1

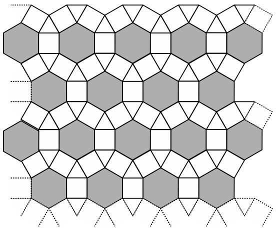
12. Les billets de loterie (coef. 12)

Mathilde et Mathias ont chacun acheté un billet de loterie.

Chaque billet porte un numéro à cinq chiffres. Les deux premiers chiffres du billet de Mathias sont 09. En comparant leurs billets, Mathias et Mathilde constatent que les dix chiffres de 0 à 9 figurent sur ces billets et que le double du numéro du billet de Mathias (sans tenir compte du 0 initial) correspond au numéro du billet de Mathilde.

Quel est le numéro du billet de Mathilde ?

13. Le pavage de Diane (coefficient 13)



Ce pavage, que l'on trouve dans la ville de Nîmes, dans un temple dédié à Diane, est constitué de triangles équilatéraux, de carrés et d'hexagones réguliers. On suppose qu'un plan (illimité) est entièrement recouvert à l'aide de ce pavage.

Quel est le rapport entre le nombre d'hexagones et le nombre de polygones du pavage (triangles, carrés et hexagones) ?

On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

14. LEON et NOEL (coefficient 14)

Leon et Noel ont codé chacun leur prénom avec un nombre à quatre chiffres, le premier chiffre étant différent de 0.

Deux lettres différentes sont toujours codées avec deux chiffres différents et une même lettre est toujours codée par le même chiffre.

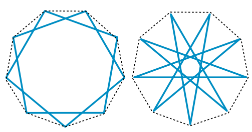
Les codes de NOEL et LEON sont tous les deux pairs. LEON est divisible par 7 et le nombre correspondant à la somme LEON + NOEL est divisible par 13.

Quel est le code de LEON ?

FIN CATEGORIE C2

15. Les étoiles de l'année (coef. 15)

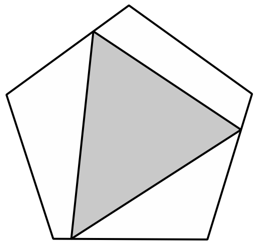
A partir d'un ennéagone régulier convexe (polygone à 9 côtés), on ne peut construire que deux ennéagones réguliers étoilés différents, en joignant les sommets de deux en deux (ou de sept en sept), et de quatre en quatre (ou de cinq en cinq). Si l'on joignait les sommets de l'ennéagone de trois en trois (ou de six en six), on n'obtiendrait pas un polygone étoilé, mais trois triangles séparés.



Combien peut-on construire de polygones réguliers étoilés à 2022 côtés différents à partir d'un polygone régulier convexe à 2022 côtés ?

16. Un triangle sur un pentagone
(coefficient 16)

On choisit trois points sur le pourtour d'un pentagone régulier convexe, puis on relie ces trois points deux à deux de façon à former un triangle.

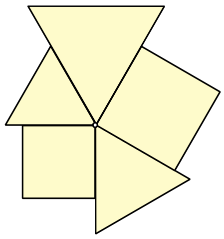


Que vaut, au maximum, le quotient de l'aire du triangle sur celle du pentagone ? Si nécessaire, on prendra 2,236 pour √5, et on arrondira le quotient au millième le plus proche.

FIN CATEGORIES L1, GP

17. Les polygones de Mathilde
(coefficient 17)

Autour d'un point de sa feuille de papier, Mathias a collé cinq polygones réguliers ayant ce point comme sommet commun, sans laisser de vide autour du point et sans chevauchement entre deux polygones quelconques.



Mathilde a réussi la même chose avec seulement trois polygones réguliers convexes ayant des nombres de côtés tous différents.

Quelle est la somme des nombres de côtés des polygones utilisés par Mathilde ?

Dans l'exemple de Mathias où les nombres de côtés des polygones n'étaient pas tous différents, la réponse aurait été 3×3 + 2×4, soit 17.

18. Un triangle très entier (coef. 18)

Les trois côtés d'un terrain triangulaire sont des nombres entiers de décamètres tels que le périmètre du terrain exprimé en décamètres est un nombre égal à celui de son aire exprimée en décamètres carrés.

Quel est le périmètre de ce terrain ?

On donnera la réponse en dam.

FIN CATEGORIES L2, HC